

Л. Г. Петерсон, О. Н. Агаханова

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ТЕАТР

3 класс

Учебное пособие
по олимпиадной математике

Москва, 2021

УДК 373
ББК 22.1



Институт системно-
деятельностной педагогики
ПЕТЕРСОН



Образовательная система Л. Г. Петерсон
«УЧУСЬ УЧИТЬСЯ»

Проект Института СДП
«Олимпиадная математика»

П 29 **Петерсон, Л. Г.** Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса. — Л. Г. Петерсон, О. Н. Агаханова. — М.: Институт СДП, 2021. — 144 с.: ил. — ISBN 978-5-93549-062-1.

Творческий коллектив проекта «Олимпиадная математика»:

Л. Г. Петерсон (научный руководитель), О. Н. Агаханова (руководитель),
С. В. Берёзкина, И. А. Берелихис, М. А. Зобнина, Э. С. Корякина,
М. А. Кубышева, Н. А. Шихова.

Учебное пособие является первой ступенью непрерывного учебно-методического комплекса олимпиадной подготовки учащихся 3–9 классов по математике, который создаётся в настоящее время в НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики» (Институт СДП).

Данный комплекс направлен на повышение уровня подготовки к математическим олимпиадам и знаний по математике в целом за счёт системности, качественного контента, вовлечения детей в математическое творчество, развития у них интереса и интеллектуальных способностей, умения преодолевать трудности, переживания радости индивидуальных и коллективных побед.

Пособие методически обеспечено разбором и полным решением каждого задания, подробными сценариями всех занятий в новой технологии «Математический театр», которые бесплатно можно скачать на сайте www.sch2000.ru. Институт СДП системно проводит курсовую подготовку, вебинары, консультации для учителей, обучающие математические олимпиады для школьников.

Содержание пособия согласовано с курсом математики «Учусь учиться» для 3 класса Л. Г. Петерсон. Вместе с тем, оно может быть использовано и при работе по другим курсам математики, и в других классах (например, во 2, 4, 5 классах), в коллективной и индивидуальной работе и даже для самостоятельного изучения материала детьми.

ISBN 978-5-93549-062-1

УДК 373
ББК 22.1

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	5
Занятие 1. Умный счет	12
Занятие 2. Разрезания фигур	16
Занятие 3. Круглые задачи	20
Занятие 4. Элементарно!	24
Занятие 5. Точки и кусочки	30
Занятие 6. Путешествие с числами	34
Занятие 7. Смотри!	38
Занятие 8. Переливания	42
Занятие 9. Маршруты	46
Занятие 10. Числовые ребусы	50
Занятие 11. Уравнивание	54
Занятие 12. Чётность	58
Занятие 13. Кручу-верчу	62
Занятие 14. Лови момент!	66
Занятие 15. Правда или ложь?	70
Занятие 16. Игры на досках	74
Занятие 17. Последняя цифра	78
Занятие 18. Раскраски досок	82
Занятие 19. Рукопожатия	86
Занятие 20. Числовые лесенки	90
Занятие 21. Прямые и ломаные	94
Математические игры	98
Советы по решению задач	104
Подсказки	109
Варианты ответов	117
Возможные варианты решений (на бис)	123

ВАРИАНТЫ ЗНАКОВ-ХАРАКТЕРИСТИК ЗАДАЧ

Кружки номеров задач учебного пособия удобно превращать в знаки-характеристики, например:



«КОРОНА» — «царская» задача (самая лучшая, самая интересная, самая красивая и т. д.).



«ШАРИК» — лёгкая задача.



«ОТКРЫТЫЙ ЗАМОЧЕК» — чтобы решить, пришлось повозиться! Ура! Справился!



«ЗАКРЫТЫЙ ЗАМОЧЕК» — пока не могу открыть.



«УЛЫБКА» — решение задачи доставило удовольствие.



«ЗАДАЧА-РЕЗЕРВ» — пока не приступал к решению.

Знаки-характеристики используются по желанию, могут изменяться и даже придумываться детьми самостоятельно.

ПРЕДИСЛОВИЕ



Сведений науки не следует сообщать учащемуся, но его надо привести к тому, чтобы он сам их находил, самостоятельно ими овладевал. Такой метод обучения наилучший, но самый трудный, самый редкий. Трудностью объясняется редкость его применения. Повторение слов учителя, зачитывание текста, диктовка в сравнении с ним — детская забава.

А. Дистервег (1790–1866 гг.)

Учебное пособие «Математический театр, 3 класс» является первой ступенью непрерывного учебно-методического комплекса для 3–9 классов, который создаётся в настоящее время в НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики» (Институт СДП) в рамках проекта «Олимпиадная математика», направленного на повышение качества олимпиадной подготовки детей и качества математического образования в целом.

Основная идея «Математического театра» — вовлечь детей в математическую деятельность, наполнить процесс их олимпиадной подготовки эмоциями и радостью побед, создать непрерывную систему выращивания интеллектуальных способностей детей и качественный контент, согласованный с содержанием уроков по математике и содержанием заданий олимпиад разного уровня.

Почему для решения этих задач выбрана форма театрализации?

Посещение театра — это событие, связанное с игрой и перевоплощением, как артистов, так и зрителей. Проживая опыт персонажей спектакля, человек вспоминает события своей жизни и размышляет о них, вырабатывает личностное отношение к поступкам героев и своим собственным, обращается к жизненным ценностям, что оказывает сильное эмоциональное воздействие и надолго запоминается.

Театр имеет прямое отношение к школе, ведь, переступая её порог, ученик из «сына» или «дочки» перевоплощается в «ученика». В коммуникации со своими сверстниками и взрослыми дети играют роли «автора», «понимающего», «критика», «организатора» и др. При решении математических задач есть свои роли, которые обучают стратегиям и способам решения задач. Не это ли главное в олимпиадной математике?

Что такое «Математический театр» и зачем он нужен?

«Математический театр» — это курс подготовки к олимпиадам по математике учащихся 3–9 классов, включающий в себя концепцию, программу, технологию, содержание, методики, учебные пособия и методические рекомендации.

Технология «Математический театр» — это новая деятельностная технология подготовки детей к математическим олимпиадам, в ходе которой они осваивают:

- 1) стратегии и способы решения задач по математике через ролевую игру и перевоплощение;
- 2) умение работать в команде и результативно преодолевать трудности.

Данная технология основана на том же методе рефлексивной самоорганизации (PCO)¹, на котором строятся все уроки математики в системе «Учусь учиться»². За счёт этого создаётся единое пространство уроков и внеурочных занятий, в котором эффективно развивается мышление детей, их эмоциональный интеллект, а также ценные для учёбы и жизни умения XXI века.

Курс «Математический театр» апробирован в 2018–2020 гг. на базе Института СДП с положительными результатами (повышение качества знаний и олимпиадной подготовки детей по математике).

За счёт чего достигается результат?

Результат в курсе «Математический театр» достигается за счёт нескольких важных компонентов.

1. *Форма ролевой игры и театрализации* вносит в олимпиадную подготовку по математике важные для мотивации и развития детей эмоции сопереживания, радости, интереса и взаимной поддержки.

2. *Обучение стратегиям и способам решения олимпиадных задач* организуется с помощью перевоплощения детей в роли, которые выбираются не случайно, а в соответствии с мыслительными действиями по решению математических задач. Благодаря этому мыслительные процессы, связанные с решением интеллектуальных задач, предстают перед детьми в виде знакомых и понятных образов окружающего мира (овнешняются), структурируются, эмоционально окрашиваются и эффективно развиваются.

3. *Качественное математическое содержание*, выстроенное непрерывно с 3 по 9 класс в едином контексте уроков математики и традиций математических олимпиад, придаёт олимпиадной подготовке целенаправленность и системность.

4. *Использование деятельностного метода обучения* развивает у школьников способности к самоизменению и саморазвитию, коммуникативные умения и личностные качества созидателей, необходимые для успеха в любой деятельности.

5. *Методическое обеспечение и сопровождение* курса «Математический театр» предоставляет учителю методический разбор каждого задания с полными решениями, подробные сценарии всех занятий, возможность курсовой подготовки, консультаций, участия в вебинарах (методические рекомендации можно бесплатно скачать на сайте [www.sch2000.ru/Учителям/Математика 1-9/Методические материалы/3 класс](http://www.sch2000.ru/Учителям/Математика%201-9/Методические%20материалы/3%20класс)).

Заметим, что **новое содержание курса «Математический театр» имеет самостоятельную ценность**, оно выделено в учебном пособии и методических рекомендациях отдельными блоками, поэтому его можно использовать при работе ЛЮБЫМ УДОБНЫМ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ МЕТОДОМ. Однако при этом будут использованы лишь 3-й и 5-й из перечисленных компонентов повышения качества олимпиадной подготовки по математике.

Для каких детей предназначен курс «Математический театр»?

Распространено мнение, что олимпиадной подготовкой имеет смысл заниматься лишь с одарёнными детьми. И тогда может возникнуть вопрос: зачем серьёзное дело решения трудных математических задач с учениками, которые увлечены математикой, превращать в «развлекаловку»?

¹ Анисимов О. С. Методологический словарь для управленцев. — М.: АМБ-Агро, 2002.

² Петерсон Л. Г. Деятельностный метод обучения: Построение непрерывной сферы образования. — М.: АПК и ППРО, 2007.

Петерсон Л. Г. Математика: учебники для 1–4 классов («Учусь учиться»). — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2021.

Мы исходим из того, что в 3 классе невозможно определить, кто из детей талантливый математик, а кто — нет. История знает немало случаев, когда в школе дети не проявляли особых способностей и даже считались «ограниченными», а впоследствии становились выдающимися учёными, художниками, изобретателями. Любой ребёнок талантлив по-своему, вопрос только в том, смогли ли взрослые взрастить его талант.

Математика может дать каждому ребёнку бесценный опыт созидания, радости открытий и саморазвития. Поэтому мы считаем, что в математическое творчество необходимо вовлекать **всех детей**. Но для этого надо подарить им возможность безопасно ошибаться, наполнить процесс познания позитивными эмоциями, научить превращать трудности в ступеньки роста и благодаря этому становиться сильнее и увереннее. При этом в творческой среде математические таланты и гении будут ярче расцветать.

Опишем вначале содержание и методику работы с пособием «Математический театр», которые могут использоваться *при обучении школьников любым методом*. А после этого познакомим с особенностями технологии «Математический театр».

СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИКА РАБОТЫ

Содержание пособия согласовано с курсом математики «Учусь учиться» для 3 класса Л. Г. Петерсон. Вместе с тем оно может быть использовано и при работе по другим курсам математики, и в других классах (2, 4, 5 классах), в коллективной и индивидуальной работе и даже для самостоятельного изучения материала детьми.

Содержание курса «Математический театр» структурировано в 21 тематическую линию. Эти линии непрерывно проходят с 3 по 9 класс, достаточно полно представляют традиции олимпиадной подготовки и углубляют знания школьной программы по математике. В подборе задач мы ориентировались на золотой фонд олимпиадной литературы, проанализировали, обобщили и собрали в этой книжке жемчужины методов и приёмов решения олимпиадных задач, а также свой опыт деятельностного образования.

Для удобства использования страницы одного занятия окрашены одним цветом. В каждом занятии выделены разделы: *Творческая мастерская*, *Выход на бис*, *Зеркало* и *За кулисами*. Остановимся подробнее на каждом из этих разделов.

Творческая мастерская

Прежде чем приступить к решению задач данного раздела, учитель предлагает учащимся **ключевую задачу** по изучаемой теме (то есть задачу, с помощью которой строятся *советы*, записанные в рамке вверху страницы). В ходе решения ключевой задачи учитель подводит детей к самостоятельному обобщению способа её решения. Дети обобщают свои действия и согласовывают «советы» — содержательный ориентир для поиска решения задач по данной теме. Вначале они карандашом фиксируют в пособии свои версии (либо ставят знак «?»), затем в ходе обсуждения выводят общую версию, сравнивают её с вариантом, приведённым в разделе «Советы по решению задач» на с. 104–108, и итоговый совет аккуратно записывают ручкой.

Ключевые задачи ко всем темам предложены в методических рекомендациях, но возможно их заменять либо первой задачей из соответствующего блока задач, либо любой другой аналогичной задачей, которая позволит учащимся построить общий способ действий по рассматриваемой теме.

Порядковый номер задачи указывает на уровень её сложности — от первой самой лёгкой до последней задачи со звёздочкой. При этом надо иметь в виду, что **олимпиадная задача** — это всегда задача с *затруднением*, и хотя построенный совет даёт некоторый ориентир, но применить его «в лоб», как правило, не удаётся.

Поэтому решение каждой следующей задачи требует от ребёнка творческих усилий, интеллектуального напряжения, проявления воли, изобретательности, догадки.

Задача учителя — создать условия для максимально возможного проявления и тренинга этих качеств, отсюда и название раздела — «Творческая мастерская». На данном этапе рекомендуется групповая форма работы.

Пробное действие лучше выполнять на черновике. Использование черновика снимает у детей страх допустить ошибку, не уложиться в отведённый формат для записи решения. Черновик позволяет рассмотреть разные способы действий и выбрать оптимальный (наиболее удобный, короткий, красивый). Согласованный вариант решения и оформления задач записывается в учебном пособии. Аккуратные, продуманные записи станут для детей опорой при повторении приёмов и способов решения олимпиадных задач в ходе подготовки к математическим олимпиадам.

Если при решении задачи дети «зашли в тупик», то в разделе «Подсказки» на с. 109–116 они смогут прочесть совет, который поможет им самостоятельно выйти на путь решения. А в разделе «Варианты ответов» на с. 117–122 приведены возможные варианты ответов задач данного раздела.

Подробный разбор и варианты оформления записи решений всех задач раздела «Творческая мастерская» представлены в методических рекомендациях.

Выход на бис

Само название (bis — от лат. «дважды») говорит о том, что задания этого раздела аналогичны заданиям предыдущего раздела. Например, тренировочное задание № 1т является аналогом задания № 1, задание № 2т — аналогом задания № 2 и т. д. Выполняя тренировочные задания, ученик имеет возможность понять, насколько он усвоил «советы» и овладел способами решения задач из данной математической области.

На решение каждого из этих заданий обычно достаточно 4–5 минут. При этом ученик по своему желанию может выбрать одно или несколько заданий, а после их выполнения — проверить себя по подробным образцам, которые представлены на с. 123–144 данного пособия.

Важно подчеркнуть, что в подробных образцах приведены лишь возможные **варианты** решения и оформления заданий. Решения детей могут отличаться не только поворотом фигур, цветами раскраски, текстами пояснений, но и способами решений. Если вариант ученика отличается от варианта, предложенного в пособии, то нужно провести проверку его решения на соответствие всем условиям задачи.

Зеркало

Завершая работу по каждой теме, учитель организует рефлексию учениками своей учебной деятельности. Для этого можно задать вопросы, которые помогут им проанализировать выполненную на занятии работу и высказать своё отношение к ней, например:

- Что нового вы узнали? Чему научились?
- Какие задачи получились? Какие нет?
- Какие задачи показались сложными? Какие понравились?
- Какие победы сегодня удалось одержать?
- Довольны ли своей работой? Как можно её улучшить?

Можно предложить детям дорисовать кружки номеров задач , превратив их в знаки-характеристики, например самая интересная, лёгкая, трудная, красивая и др. (варианты обозначений представлены на с. 4). Можно предложить детям придумать свои знаки для характеристики задач («пушинка», «гиря», «солнышко» и т. д.).

Детям важно слышать мнение взрослых о проделанной ими работе, но при этом необходимо полностью исключить негативные оценки. Все высказывания учителя должны строиться в позитивном ключе, например: «Какое интересное (красивое) решение!», «Очень важная (полезная) мысль!», «Меня порадовало, как ты смог (построить схему, догадаться, справиться с волнением)», «Спасибо за доставленное удовольствие от (дружной работы, стремления к победе)» и т. д. Положительные оценки типа «Отлично!», «Порадовали!» должны быть наполнены реальными эмоциями радости, удивления, а не носить формальный характер. Равнодушное отношение взрослых к усилиям и достижениям детей демотивирует любого ребёнка.

Свои выводы по занятию, а также советы самому себе на будущее ученик может записать в рамочке «Зеркало». В завершение можно попросить детей определить своё настроение, нарисовав в зеркале смайлик ☺, ☹ или 😐.

За кулисами

Задания этого раздела предназначены для дополнительной самостоятельной работы ученика. Ответы к задачам также приведены в конце данного пособия, а подробный разбор решений — в методических рекомендациях.

Далее мы представим основные этапы технологии «Математический театр» для педагогов, которых привлекают такие ресурсы повышения качества олимпиадной подготовки по математике, как интерес детей, освоение общих стратегий решения математических задач, выращивание целеустремлённости, ответственности, опыта индивидуальных и командных побед.

Содержание и методика данного пособия удобны для работы в технологии «Математический театр». В методических рекомендациях приведены варианты сценариев каждого занятия (их можно скачать на сайте www.sch2000.ru).

ТЕХНОЛОГИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ТЕАТР»

Каждое отдельное занятие — это постановка нового спектакля, у которого есть своё название (тема занятия), свои сценаристы (учитель и авторский коллектив проекта), сценарий (задачи, которые предстоит решить), режиссёр (учитель). А ученики выступают во всех ролях — они и актёры, и зрители, но при этом сценаристы и режиссёры своих выступлений, в ходе которых они представляют построенные ими способы решения задач. «Математический театр» — это своеобразный спектакль-форум, элементами которого являются мини-спектакли детей.

ЭТАП 1. «Математическое фойе»



Обычно в театральном фойе зрители погружаются в атмосферу театра и внутренне готовятся к спектаклю — изучают программу, знакомятся с артистами театра, портреты которых вывешены на стенах, вспоминают их роли. В Математическом фойе также идёт подготовительная работа.

Занятие начинается с мотивации к учебной деятельности (на основе механизма «надо» — «хочу» — «могу»). Чтобы заинтересовать учеников, учитель в течение 1–3 минут погружает их в тему занятия с помощью некоторой жизненной ситуации, которая побуждает их повторить материал, изученный ранее. Определяется тема занятия.

Затем учащиеся знакомятся с новыми приёмами решения олимпиадных задач. Учитель предлагает *ключевую задачу*. Как отмечалось выше, это задача нового типа, с которым дети ранее не сталкивались. В ходе обсуждения под руководством учителя они обобщают свои действия и выводят «советы».

В завершение на основе ключевой задачи дети формулируют **цель** занятия.

ЭТАП 2. «Творческая мастерская»



Представлению спектакля на сцене реального театра предшествует творческая работа труппы актёров под руководством режиссёра. На репетициях актёры совершенствуют своё мастерство перевоплощения, размышляют, фантазируют, осваивают новые приёмы и техники.

В Математическом театре дети учатся перевоплощаться в персонажей, которые помогают им осваивать содержание и методы олимпиадной математики.

Прежде всего, это роли коммуникации, ведь умение работать в команде, кратко и чётко излагать свои мысли, адекватно понимать высказывания других, способность к согласованию позиций необходимы сегодня в любом деле. При работе по пособию «Математический театр» для 3 класса учащиеся осваивают две коммуникативные роли — «автор» и «понимающий» (они вводятся в курсе «Мир деятельности», 2 класс¹).

Дополнительно к этому вводится 8 основных ролей, которые образно описывают мыслительные действия, выполняемые при решении интеллектуальных задач. Так, при решении любой задачи ученик должен внимательно прочесть и понять условие, выделить элементы, вопросы и внетекстовую информацию (диаграммы, схемы и т. д.), построить образ задачи в целом — то есть сделать её «фотографию». Образ фотографа ассоциируется у детей со знакомыми жизненными ситуациями и тем самым помогает выполнить соответствующие мыслительные действия.

Аналогично роль «разведчика» учит детей устанавливать свойства элементов задачи и связи между ними, роль «переводчика» — делать перевод условия задачи на математический язык (строить математическую модель — выражение, схему, таблицу, уравнение, граф и т. д.), роль «навигатора» — строить план решения задачи, роль «мастера» — выполнять построенный план и фиксировать полученный результат, роль «эксперта» — проверять его правильность, роль «оформителя» — аккуратно и понятно для других представлять результат, роль «магистра» — проводить рефлексию решения, фиксировать достижения и то, что можно улучшить.

Дети распределяются в группы. Учитель предлагает каждой группе одно из заданий данного раздела, соотнося уровень подготовки детей и сложность заданий (задания в группах можно дублировать).

В течение 4–5 минут группы пытаются самостоятельно выполнить полученное задание, распределяясь по ролям и опираясь на метод РСО. При этом они могут пользоваться подсказками на с. 109–116, ответами на с. 117–122 пособия и помощью учителя. Решение дети фиксируют на черновиках и готовят его представление.

ЭТАП 3. «Сцена»



Каждая группа («актёры») представляет свой мини-спектакль (вариант решения) перед всеми участниками («зрителями»). На сцену может выйти один ученик группы («моноспектакль») или несколько (спектакль разыгрывается «по ролям»).

До того как представить решение, актёр должен дать некоторое время зрителям на знакомство с задачей: пересказать условие, начертить схему или рисунок и т. д.

Задача актёра (или актёров) — донести до зрителей суть условия и решения своей задачи. Возможно, что он расскажет, какие вопросы себе ставил.

Задача зрителей — посмотреть спектакль, не перебивая актёра, вникнуть и понять предлагаемый способ решения.

¹ Мир деятельности. 2 класс: методические рекомендации к надпредметному курсу / под ред. Л. Г. Петерсон. — 2-е изд. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. — С. 144.

Учащиеся получают ценный опыт выступлений и презентации своих идей. По окончании спектакля звучат **аплодисменты** как знак признания (в случае успеха выступления) или поддержки (в случае неудачи). А если спектакль восхитил и впечатлил зрителей, то могут звучать даже возгласы «браво!».

После этого представленное решение уточняется (либо, если оно не получено, ищется) с помощью подводящего диалога. Возможность ответа предоставляется сначала членам группы, а если потребуется, всем участникам. Разбираются разные варианты решения, и согласованный способ дети аккуратно записывают ручкой в учебном пособии. Так они постепенно создают для себя «умный решебник», который поможет им при подготовке к математическим соревнованиям разного уровня.

ЭТАП 4. «Антракт»



Учитель подводит итог всех выступлений, отмечает успехи детей и просит их проговорить вслух в группах приёмы решения, которые они открыли и научились применять.

ЭТАП 5. «Выход на бис»



Все дети получают возможность «выступить на бис» — выбрать себе для тренинга 1–2 тренировочных задания, аналогичных тем, которые им понравились, а затем проверить себя по подробному образцу на с. 123–144 учебного пособия.

ЭТАП 6. «Зеркало»



Это этап рефлексии деятельности на занятии. Учитель побуждает детей провести самоанализ своей работы, записать в рамке свои выводы по занятию и советы самому себе на будущее, определить своё отношение к задачам с помощью согласованных значков («царская», «лёгкая» и т. д.), отметить в зеркале своё настроение с помощью смайлика.

«За кулисами». Для детей, которые работают быстрее и, решив все задания на занятии, хотят потренироваться дома, предлагаются дополнительные задания, как правило, более высокого уровня сложности.

Итак, при работе в технологии «Математический театр» дети учатся работать в команде, преодолевать трудности, осваивают шаг за шагом вводимые роли, которые помогают им грамотно работать с текстами и выполнять мыслительные действия по решению нестандартных задач. Варианты сценариев всех занятий данного учебного пособия в технологии «Математический театр» приведены на сайте www.sch2000.ru.

При организации **индивидуальной работы** с детьми может использоваться как традиционный метод, так и технология «Математический театр». В этом случае взрослый играет роли режиссёра, члена группы по поиску решения задач (актёрской труппы) и роль зрителя.

В завершение отметим, что независимо от выбранного метода обучения главная задача взрослого — создать атмосферу доброжелательности, уважения и доверия, замечать и радоваться даже самым малым достижениям ребёнка, научить не бояться ошибок и трудностей, верить в себя и добиваться успеха. «Успех в учении — это **единственный источник** внутренних сил ребёнка, рождающий энергию для желания учиться и преодоления трудностей» (В. А. Сухомлинский).

Желаем вам радостной работы, приносящей удовлетворение!

Авторы